S(M)=Q et S'(M)=Q'

b - On donne un point Q du plan.

Construire les points M et Q' tels que : S(M)=Q et S'(M)=Q'.

6) Soit M un point du plan et Q=S(M), Q'=S'(M).

a - Déterminer et construire l'ensemble des points M tels que les points M, Q et Q' soient alignés.

b - En déduire, dans le cas précédent, l'ensemble des points Q et celui des points Q'. Construire ces deux ensembles.

UNE CORRECTION POSSIBLE

EXERCICE 1

1)a- la fonction qui à $x \mapsto \frac{1-x}{2}$ est dérivable sur IR

$\Rightarrow$ la fonction qui à $x \mapsto e^{\frac{1-x}{2}}$ est dérivable sur IR

D'où $f : x \mapsto xe^{\frac{1-x}{2}}$ est dérivable sur IR

$\circledast\ \forall x \in IR; f'(x) = e^{\frac{1-x}{2}} + x \times \frac{-1}{2} e^{\frac{1-x}{2}} = e^{\frac{1-x}{2}} \left[1 - \frac{x}{2}\right]$

D'où signe de f'(x) est celui de $(2 - x)$.

- $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to -\infty} xe^{\frac{1-x}{2}} = -\infty$.
- $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} xe^{\frac{1-x}{2}} = \lim\limits_{x \to +\infty} \left[-e^{\frac{1}{2}} \frac{-x}{2} e^{\frac{-x}{2}}\right]$

$= -e^{\frac{1}{2}} \lim\limits_{x \to -\infty} [Xe^X] = 0$ avec $X = \frac{-x}{2} \to -\infty$; $x \to +\infty$

ce qui nous permet de dresser le tableau de variation de f

x	$-\infty$		2		$+\infty$
f'(x)		+	0	−	
f(x)	$-\infty$	↗	$2e^{-(1/2)}$	↘	0

b- f' est aussi dérivable sur IR et

$$\forall x \in IR; f''(x) = \frac{-1}{2} e^{\frac{1-x}{2}} + \left(1 - \frac{x}{2}\right) \times \frac{-1}{2} e^{\frac{1-x}{2}}$$

$$= \frac{-1}{2} e^{\frac{1-x}{2}} \left[1 + 1 - \frac{x}{2}\right] = \frac{1}{2} e^{\frac{1-x}{2}} \left[\frac{x-4}{2}\right]$$

D'où le tableau de signe de f''